ARTE
MUDÉJAR Y MORISCO

LA GEOMETRÍA COMO RECURSO PARA MOSTRAR UNA IDIOSINCRASIA

LOS 17 GRUPOS PLANOS DE SIMETRÍA EN EL MUDÉJAR ARAGONÉS

Carlos Usón Villalba[*]
Ángel Ramírez Martínez[**]

¿QUÉ ES UN GRUPO DE SIMETRÍA?

Si pretendemos cubrir el plano con regularidad, a partir de una baldosa que vaya repitiéndose hasta el infinito, siempre igual a sí misma, el orden lógico al que se ajustaría una exposición teórica obliga a comenzar con la elección del motivo inicial. Supongamos que decidimos trabajar sobre un retícula isométrica[1] y que nuestra baldosa[2] es la de la figura 1. Disponemos ahora para reproducirla de cuatro movimientos: traslaciones, giros, simetrías y deslizamientos[3]. Si optamos por la simetría podemos hacer que los lados de la baldosa actúen como espejos; llegaremos así a la situación de la figura 2. Una vez aquí existen infinitas variantes si introducimos el color. Las figuras 3 y 4 muestran dos de ellas; la primera reproduce el suelo de la Capilla Scrovegni de Padua. En la segunda se han

* Profesor de matemáticas en el IES Marco Fabio Quintiliano. Calahorra.

* Profesor de matemáticas en el IES Sierra de Guara. Huesca.

1 En rigor habría que diferenciar entre "baldosa" (la pieza que por traslaciones es capaz de cubrir todo el plano) y "dominio fundamental" (motivo mínimo a partir del cual puede definirse la baldosa). Procuraremos no recargar innecesariamente el texto con tecnicismos, aunque ello suponga un empleo laxo del lenguaje.

2 Se denominan *isometrías* porque no modifican la distancia previa entre dos puntos (aunque cambien, claro está, la posición de los mismos). Llamamos *deslizamiento* al movimiento resultante de aplicar sucesivamente una traslación y una simetría respecto de la dirección de traslación. Piénsese, por ejemplo, en las huellas dejadas en la arena por una persona al andar.

3 Utilizaremos la palabra "embaldosado" en sentido amplio. Una decoración con las condiciones señaladas tendrá siempre una baldosa mínima teórica, aunque no esté marcada físicamente. Emplearemos también las palabras "paño" o "mosaico" como sinónimos.

eliminado tres de las seis direcciones de simetría que convergen en los centros de las estrellas, con lo que la estructura final del conjunto ha cambiado sustancialmente.

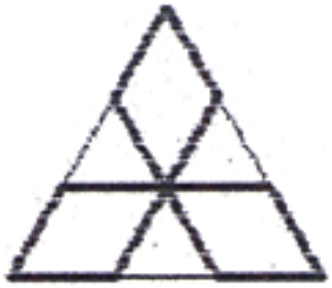


Fig. 1

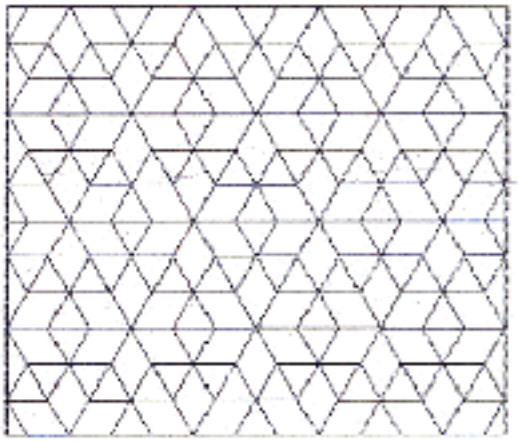
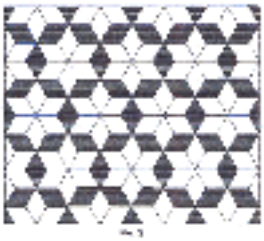
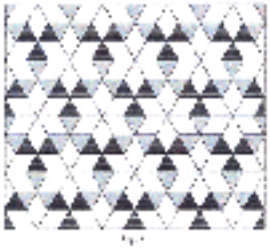


Fig. 2





La baldosa de la figura 5 (esta vez en trama cuadrada) nos conducirá, por el mismo procedimiento -reflexiones respecto de sus lados- al teselado de la fig. 6, en el que se puede emplear el color para reproducir una conocida decoración de La Alhambra (fig. 7) o un mosaico de aspecto y estructura geométrica muy diferente (fig. 8). Obsérvese que en este último han desaparecido las simetrías -los ejes verticales y horizontales ya no cumplen este papel- y sólo se mantienen (también lo eran en la fig.7) los centros de giro de 180º situados en los cruces de dichos ejes y en los centros de las baldosas.

Fig. 5

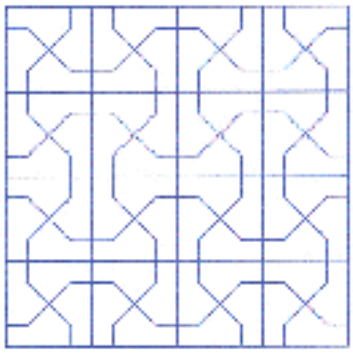


Fig. 6

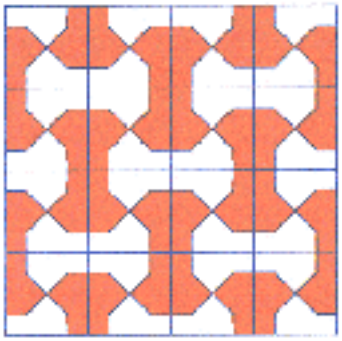


Fig. 7

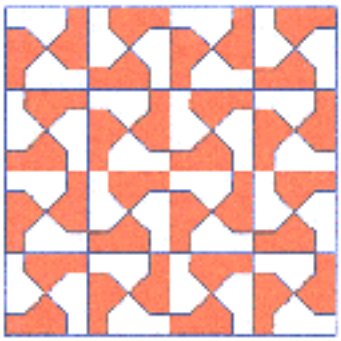


Fig. 8

No pretendemos ser exhaustivos, no es este el lugar para ello. En la bibliografía señalamos varios textos de divulgación a los que puede recurrirse. Simplemente hemos mostrado algunos ejemplos prácticos de cómo generar un embaldosado[4]. El conjunto de isometrías que permiten desplazarse por él lo caracterizan desde un punto de vista matemático y constituyen lo que llamamos su "grupo plano de simetría". Como hemos visto, una misma retícula inicial puede conducir a estructuras distintas, pero también puede darse el caso de que bajo apariencias variadas -en especial estéticamente- subyaga el mismo grupo teórico de simetría.

No fue hasta finales del siglo XIX cuando el cristalógrafo ruso Fedorov llegó a la conclusión de que sólo son posibles 17 de estos grupos teóricos -es decir, 17 conjuntos de movimientos isométricos para generar, manteniendo la regularidad, un embaldosado-, pero los artesanos nazaríes no olvidaron ninguno[5]. Evidentemente es ingenuo pensar que en La Alhambra hubo una pretensión experimental de exhaustividad. El agotamiento consciente del catálogo en un campo tan complejo sólo es posible si está guiado por la teoría. El hecho es simplemente ilustrativo de la maestría alcanzada por una civilización en el tratamiento práctico de este problema.

Hay que advertir que el camino descrito no es el empleado por el mudéjar en sus decoraciones. Todavía pueden verse en algunas iglesias aragonesas los trazos en el yeso de las retículas empleadas por los artesanos. El hecho es lógico y no tiene por qué suponer menosprecio de la obra mudéjar, como a veces parece desprenderse de algunos comentarios[6]. No alcanzamos a entender por qué la comprensible mecanización de un proceso que sería obligadamente repetido muchas veces se interpreta de forma negativa. Por el contrario, pensamos que es una muestra de control del diseño.

EL ENCANTO DE UNA GEOMETRÍA AL SERVICIO DE UNA MÍSTICA

La humanidad ha utilizado siempre decoraciones abstractas de tipo geométrico. Casi se está tentado de afirmar a partir de este hecho el carácter universal del empleo de elementos matemáticos, que estaría por encima de las barreras espaciales y temporales. Pero lo cierto es que hay grados de

---

4 Se debe al profesor Rafael PÉREZ GÓMEZ, de la Universidad de Granada, el haber cerrado definitivamente esta cuestión. Véase el número de la revista *Epsilon* recogido en la Bibliografía.

5 GALIAY (1944) habló en su obra de " trazado simplicista".

6 Para los mosaicos romanos puede verse ROANES MACÍAS E. y ROANES LOZANO E. (1994). Para La Alhambra el número monográfico de la revista Epsilon (1995). Sobre el mudéjar aragonés hay dos pequeños trabajos anteriores: BESTEIRO RÁFALES, Josefina (1982) y (1986).

dificultad. Si a los condicionantes de repetición de una baldosa inicial mediante las cuatro isometrías que hemos asumido en los mosaicos anteriores, añadimos la exigencia de que el desarrollo de la decoración se efectúe en una sola dirección, diseñaremos cenefas (frisos) en lugar de mosaicos. Su sencillez estructural, su escaso número (sólo hay siete opciones), las sugerencias que la propia Naturaleza ofrece para crear ritmos lineales, son motivos que explican su presencia en todas las civilizaciones desde tiempos muy remotos, independientemente de la sofisticación geométrica y ornamental de los modelos empleados. Es cierto que el análisis matemático de la estructura de las cenefas revela un pequeño y apasionante microcosmos, pero su complejidad -práctica y teórica- es mucho menor que la de los paños. Esto explica que, sin considerar los casos de algunas estructuras muy sencillas de obtener experimentalmente, haya habido menos civilizaciones que hayan desarrollado programas decorativos amplios, de tipo geométrico, con paños o embaldosados. En nuestro entorno, Roma y el Islam.

La comparación del tratamiento de un mismo modelo en decoraciones romanas e islámicas nos conduce al interesante tema de lo que el arte -un arte abstracto en este caso- pretende transmitir y/o reflejar, consciente o inconscientemente. El contraste entre la frialdad y la calidez, incluso sensualidad, con que se desarrolla en Ampurias o en La Alhambra un teselado de cuadrados no es casual.

El arte ha estado siempre al servicio de la ideología, entendiendo esta palabra en sentido amplio. El arte islámico -como el cristiano- ha estado, está y estará al servicio de una determinada visión del mundo, de la vida, de la religiosidad y de la trascendencia. La geometría empleada por él, también. Como tal geometría sirve, claro está, a la razón técnica -la del arquitecto y la del artesano- pero ésta, a su vez, sirve a la ideología. Desde esta perspectiva se puede afirmar que la geometría, en el arte islámico, no está tanto al servicio de la razón como de la mística, y que de ahí deriva su particular atractivo. Si se pretende mostrar la dialéctica entre la unidad y la diversidad; si no puede haber centros que destaquen sobre los demás porque Uno sólo es Dios; ... entonces el arte puede derivar hacia soluciones en las que la contemplación del conjunto pierde importancia, la abstracción es preponderante y la decoración juega en ocasiones, y de forma obligada, un papel fundamental. Si esta decoración es fiel a todo lo anterior puede recurrir a una geometría dinámica que tenderá hacia la infinitud empleando la repetición como argumento. Como resultado, los objetos geométricos que emplee no estarán aislados, desconectados entre sí, sino que formarán refinados conjuntos cuyo atractivo no deriva tanto de su estructura teórica como de su finalidad: de la idiosincrasia, de la ideología a la que ese arte abstracto pretende servir.

No pretendemos extendernos aquí sobre un tema a propósito del cual los lectores y lectoras

de *Sharq al-Andalus* disponen de más información que nosotros. Queremos simplemente resaltar que las particulares características de la geometría de las ornamentaciones islámicas pueden interpretarse razonablemente a partir del corpus ideológico al que sirven. Entre ellas el hecho de que sean uno de los campos más productivos para localizar grupos de simetría.

CONDICIONANTES CULTURALES

Nuestra búsqueda de grupos de simetría en el mudéjar aragonés, desarrollada mediante una beca concedida por el Centro de Estudios Mudéjares del Instituto de Estudios Turolenses, se ha enmarcado dentro de un renovado interés de la comunidad matemática por la geometría y por las conexiones generales entre arte y matemáticas. Las decoraciones hispano-musulmanas se convierten así en uno de los más interesantes campos de trabajo[7]. Puede dudarse que el marco elegido sea representativo, dada la amplitud geográfica del ámbito de estudio y la gran variedad de influencias que confluyen en el amplio intervalo de tiempo de vigencia del mudéjar en Aragón, pero la misma objeción puede hacerse a otras búsquedas similares ya llevadas a cabo y además es evidente la existencia de un tronco artístico común y de su evolución temporal.

Desde un punto de vista no sólo matemático sino también cultural nos parece del mayor interés la presencia de los 17 grupos, puesto que la dificultad para la localización de algunos de ellos reside no tanto en su complejidad técnica como en condicionantes culturales. En primer lugar, los materiales con los que se trabaja, asociados a la tradición y al medio, imponen limitaciones que reducen el campo de posibilidades teóricas[8]. Pero además, se intuye que algunos elementos geométricos no son tan universales como se afirma en general cuando se teoriza sobre la naturaleza de las matemáticas. Pensamos especialmente en la trama triangular (o hexagonal) como soporte de la decoración que a la vista de lo

[7] Por cuestiones de espacio nos limitamos a insinuar problemáticas sin desarrollarlas ampliamente. Remitimos a la documentación final que entregaremos al Centro de Estudios Mudéjares.

[8] De nuevo dejamos para otro momento las matizaciones de esta afirmación. Siempre hay excepciones, salvo en matemáticas (el carácter tan abstracto de esta disciplina permite extensiones de conceptos que engloben si no todas sí algunas de las discrepancias), lo que fuerza a buscar explicaciones a casos particulares.

observado[9] aparece como una opción claramente oriental. Mientras el mudéjar mantuvo una conexión fuerte con el arte hispano-musulmán (y puesto que hablamos de Aragón, ello equivale a decir con la Aljafería), las decoraciones asociadas a esta trama son tan habituales como las relacionadas con la trama cuadrada, pero son escasas en el mudéjar aragonés posterior al primer cuarto del siglo XV y tampoco se recuperan en las yeserías del XVII. Sólo hemos encontrado un modelo para tres de los grupos exclusivos de esta trama[10]; ello avala el condicionante cultural citado, que muestra su fuerza en la inexperiencia para buscar variantes dentro de la trama triangular, para explorarla creativamente[11], y aumenta el interés de los ejemplos aragoneses.

En absoluto disminuye este interés por el hecho de que uno de ellos (P3, en la parte izquierda del muro de la Parroquieta de la Seo) surja -o pudiera haber surgido; se hablará de esto más adelante- por una afortunada conjunción de azares técnicos y sociológicos. Resultado del paso sucesivo por el muro de artesanos aragoneses y andaluces[12], es el gusto personal de quien encarga la obra -el arzobispo D. Lope Fernández de Luna- lo que fuerza esta situación. Desde este punto de vista la presencia de P3 en la Seo testimonia la fuerte personalidad mudéjar de Aragón en el pasado.

Es cierto que cualquier conclusión estará siempre limitada por el hecho de que el estudio se hace sobre el mudéjar aragonés realmente existente en este momento. Las pérdidas a lo largo de los siglos -especialmente en las yeserías-, como resultado de los cambios en las modas artísticas y de las modificaciones introducidas por las sucesivas restauraciones, han sido enormes. Esta advertencia no afecta a 16 de los grupos, pues hay ejemplos localizados en decoraciones fiables para cada uno, y, por lo que se refiere al último (el citado P3), los cambios introducidos por el tiempo han jugado un papel determinante en su no presencia real -no hay orden geométrico actualmente en el paño- pero no nos han impedido reunir argumentos razonables para afirmar que existió en el pasado. Sí

---

9 Situación similar para dos de ellos -P3M1 y P31M- a la de La Alhambra. P31M no ha sido localizado aún en mosaicos romanos.

10 El modelo de P31M (fot. 17), producto del taller de taracea de Torrellas (cerca de Tarazona), sí que muestra un excelente conocimiento de la trama triangular.

11 Véase ÁLVARO ZAMORA, Mª Isabel (1984)

12 El palacio de Daroca fue edificado por Benedicto XIII unos treinta años después de la intervención de los azulejeros sevillanos Garcí y Lop Sánchez en el muro de la Parroquieta de la Seo, por encargo de otro miembro de la familia Luna. Ecos de los diseños del alcázar sevillano se encuentran también en la decoración de algunas de las puertas del interior de la Parroquieta. Parece que en Daroca pervive la influencia andaluza.

parece posible la desaparición de un muestrario más amplio para varios de ellos, tanto en cantidad como en modelos, lo que sin duda ha influido en algunas de las habituales valoraciones sobre la pobreza del mudéjar aragonés. Su tópica austeridad decorativa debe achacarse más al tratamiento que reciben los materiales y a la selección producida por el tiempo que a la ausencia de variantes temáticas. Hemos estudiado especialmente decoraciones en ladrillo resaltado y celosías en yeso. El contraste entre esa austeridad y la calidez (incluso teórica) de los modelos reproducidos, por más que en ocasiones sean muy sencillos, y la aportada por la luz ambiental, hace que muchos muros resulten particularmente atractivos.

Aunque este artículo está dedicado a los paños decorativos, el tipo de ornamentación más visible del mudéjar aragonés y, por tanto, popularmente más representativo, es el de las cenefas. La torre de Ateca es sin duda el ejemplo más emblemático. En los VIII y IX Simposios Internacionales de Mudejarismo de Teruel (1999 y 2002) presentamos sendas comunicaciones en las que nos ocupamos de este tema.

NOTACIÓN Y TERMINOLOGÍA

Somos conscientes de las dificultades que encierra la interdisciplinariedad cuando una de las partes en diálogo se ve obligada a emplear términos o notación especializada, pero es inevitable referirse a los grupos por alguna de las clasificaciones al uso. Hemos elegido la internacional abreviada, más descriptiva que teórica, lo que no va a reducir inconvenientes. Para las cenefas seguimos la notación de Maltsev (1976). Las referencias bibliográficas son suficientes pero es inevitable dedicar tiempo a identificar las distintas estructuras en la práctica y los principios son siempre duros.

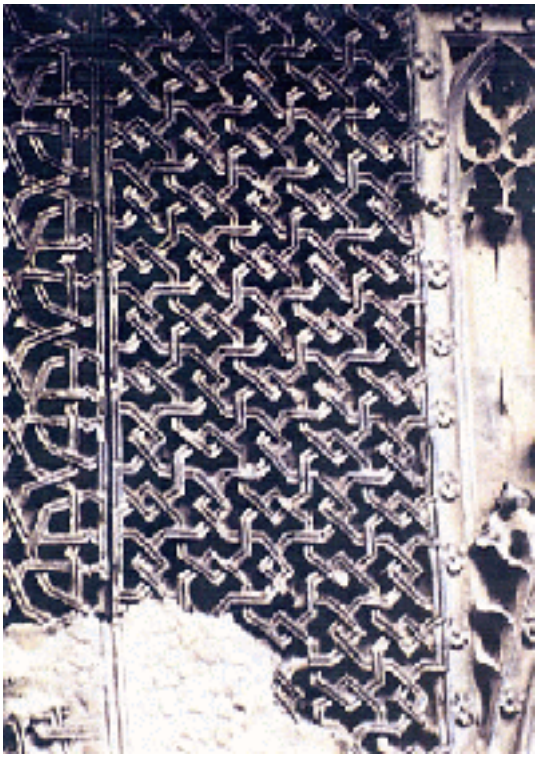
Para cada grupo nos limitaremos a comentar brevemente un modelo -no necesariamente el más característico- sin ser exhaustivos sobre sus localizaciones ni sobre las variantes decorativas que hemos encontrado, para lo cual remitimos al informe que presentaremos al Centro de Estudios Mudéjares. Las cenefas no han sido explicadas al comienzo de este artículo; se muestra un modelo de cada una al referirnos a una decoración en azulejos característica del s. XVI. Sin duda no es muy didáctico, pero hay que asumir las restricciones de espacio de un artículo. Hemos decidido referirnos a ellas en algunas de las ocasiones en que aparecen acompañando a paños en las fotografías seleccionadas.

CONSECUENCIAS GEOMÉTRICAS DE LA LACERÍA

El solapamiento de las líneas que componen la retícula de la ornamentación, transmitiendo

la idea de que se cruzan sin cortarse, elimina las direcciones de simetría bilateral y permite como únicas posibilidades de invariancia las rotaciones y los deslizamientos. Ello limita la presencia de grupos de simetría en las yeserías y decoraciones en ladrillo resaltado anteriores al primer cuarto del siglo XV. Será precisamente la pérdida de características islámicas de las decoraciones lo que amplía en el mudéjar aragonés la presencia de algunas de las estructuras teóricas relacionadas con la simetría bilateral. La lacería reaparecerá con fuerza, tras la expulsión de los moriscos, en las yeserías de lazo barrocas de tradición mudéjar del s. XVII, extraordinariamente abundantes en Aragón, pero la amplia gama de modelos no irá acompañada de variedad estructural.

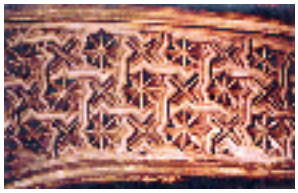
1. P2



Fot. 1. Yesería en el patio interior de la casa de los Luna, en Daroca. Obtenida por cruce de dos tramas rómbicas de “hexágonos con picos”, una horizontal y otra vertical, dando lugar a una retícula que aparece también, por ejemplo, en la fachada de Tobed, esta vez en ladrillo resaltado. Los solapamientos sólo respetan los centros de giro de orden 2.

2. P4

Fot. 2. Patio de la casa de los Luna, en Daroca.



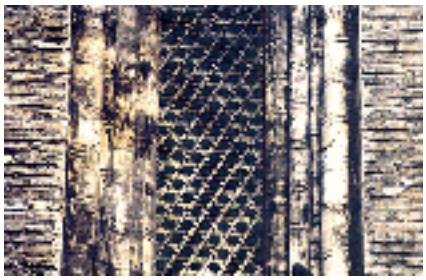
Fot. 3. Iglesia de San Ildefonso de Zaragoza.

La misma situación pero en trama cuadrada, ahora también con centros de giro de orden 4. De nuevo la yesería de Daroca resulta muy refinada. Su diseño está presente en muchas puertas del Alcázar de Sevilla[13]. Un modelo más habitual se puede ver también en San Miguel de los Navarros.

P4 es abundante por la conocida afición del mudéjar a la ornamentación con lazos de cuatro y de ocho. Curiosamente la mayor presencia de este grupo, desarrollando hasta el límite las posibilidades de estas dos decoraciones, se da en las yeserías del XVII (fot. 3).

[13] Hay un error en el rombo superior de la fila central (¿alguna restauración?) que gira en sentido contrario a los otros 12 que aparecen en la celosía.

3. P6



Fot. 4. Iglesia de San Miguel de los Navarros.

La estructura equivalente a P4 en trama hexagonal. Una celosía muy atractiva. Otra variante, el típico lazo de seis (con precedentes en La Aljafería) puede verse en cualquier iglesia que conserve su programa decorativo de yeserías del siglo XIV.

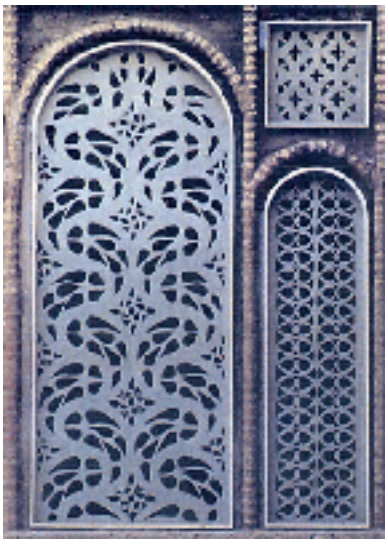
4. PG

Fot. 5. Iglesia parroquial de Alfajarín.

Los arcos lobulados o mixtilíneos entrecruzados formando cenefa (modelo L_1; la superposición en los cruces hace que sólo se conserven las traslaciones (ver fot. 19)) son muy habituales en el mudéjar aragonés. Si se extiende esta decoración por todo el muro aparece un paño en el que los solapamientos definen un PG, cuyos ejes de deslizamiento se intercalan entre los fustes en que se apoya el conjunto.

LA RAREZA DE LA SENCILLEZ

5. P1



Fot. 6. Yesería en el claustro de la Catedral de Tarazona.

Curiosamente la máxima sencillez estructural (algebraica) no es la opción más habitual, ni en cenefas ni en paños: P1 es muy escaso. De hecho puede hablarse de una relación directa entre presencia real y complejidad teórica.

El que muestra la fot. 6 (nos referimos a la celosía grande) se encuentra en el claustro de la Catedral de Tarazona. Si prescindimos del motivo que decora los rombos curvilíneos estaríamos ante un CM, pero con él queda eliminada del conjunto toda isometría que no sea una traslación[14]. Sorprende la forma tan sofisticada con la que se ha llegado a la estructura más elemental de las 17. Evidentemente no hay consciencia de esta cuestión teórica. La celosías de Tarazona explotan las

[14] En una reciente obra de divulgación sobre el mudéjar aragonés (*Gonzalo Borrás (dtor.): Tierra mudéjar. Ed.Heraldo de Aragón. 2002)*, con motivo de su declaración como Patrimonio de la Humanidad, hemos podido observar este " ajedrezado" en una obra del taller de taracea de Torrellas, asociada a otros paños clásicos de la trama triangular con referentes en la Aljafería. El hecho de que este P3M1 se encuentre en la Seo nos hizo pensar en él como una importación andaluza, y probablemente en la Seo lo es, pero nos parece factible que estuviera en su momento en la Aljafería.

posibilidades de simbiosis entre la sintaxis mudéjar y un vocabulario gótico tardío, en ocasiones muy recargado (estamos en el s. XVI), que a veces produce paños tan escasamente auténticos, tan poco ideologizados, como el que se comenta.

EL PROTAGONISMO DE LA SIMETRÍA

La eliminación de las superposiciones en los cruces permite la aparición de los grupos de este apartado.

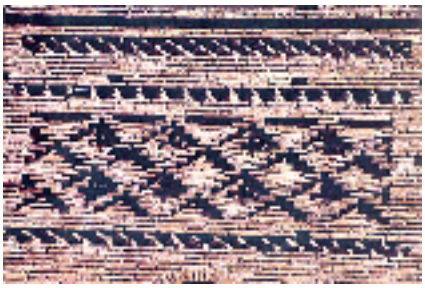
6. CMM

Fot. 7. Torre de Villamayor (Zaragoza)

Al contrario que P1 es abundantísimo en decoraciones de cualquier estilo y época. El mudéjar aragonés no es una excepción. La fot. 7 muestra dos ejemplos de este grupo. El de la parte inferior, una sencilla red de rombos, es el más característico en Aragón. Una ornamentación que pervive obsesivamente hasta los últimos períodos del mudéjar, dando lugar en ocasiones a programas decorativos monográficos para un mismo edificio, como en la torre de Olalla o en el ábside de Belmonte de Gracián.

Si seleccionamos fragmentos lineales de este paño obtenemos las cenefas L_7, L_6 y L_3 (media, una y una hilera y media de rombos, respectivamante) también muy habituales. Las dos primeras pueden verse en la fot. 19.

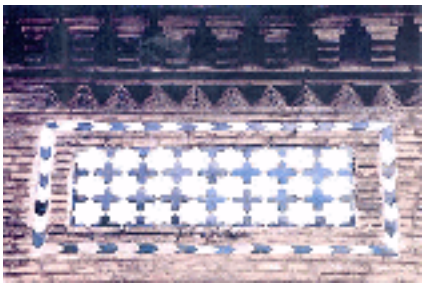
7. PMM



Fot. 8. Torre de Peñaflor (Zaragoza)

Basta con cambiar alternadamente la decoración de las filas de rombos en un paño como el anterior para obtener PMM. Se mantienen con ello las simetrías y desaparecen los deslizamientos.

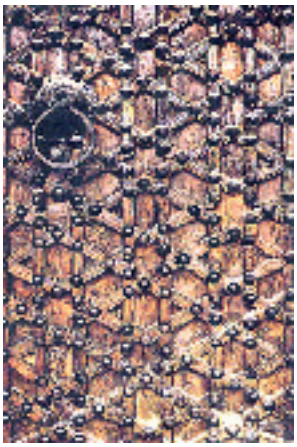
8. P4M



Fot. 9. Ábside de la iglesia de San Pedro, en Teruel.

Si se cambian los solapamientos por cortes en el grupo P4 se obtiene la estructura P4M. Las dos son muy habituales en la decoración de puertas mudéjares. El P4M seleccionado está formado por baldosas de dos colores: blanco para las estrellas de ocho puntas, obtenidas al ensamblar dos cuadrados, y verde para las cruces. La fotografía muestra además cenefas de los tipos L_3 (hilera de ménsulas), L_4 (recuadro de flechas de dos colores) y L_6 (hilera de tres esquinillas superpuestas).

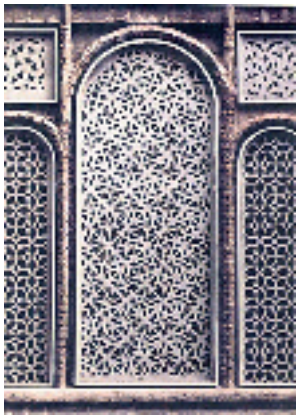
9.P6M



Fot. 10. Puerta de la ex-catedral de Roda de Isábena, en Huesca.

La misma relación existente entre P4 y P4M se da entre P6 y P6M. En este caso, los clavos en los cruces evitan los solapamientos y aseguran las simetrías.

10. P4G



Fot. 11. Claustro de la catedral de Tarazona.

Un grupo intermedio, desde un punto de vista estético, entre P4 y P4M. Desaparecen en él dos de las cuatro direcciones de simetría de P4M y, según como se observe, la vista fija su atención en las dos restantes o en los centros de giro de orden 4 independientes de ellas. Un grupo ambiguo, elegante, muy atractivo. Una bonita muestra de la capacidad de lo abstracto para generar sensaciones variadas y contrapuestas.

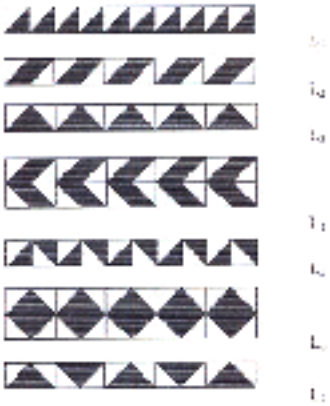
11. CM (y todas las cenefas)

Fot. 12. Torre de Mainar (Zaragoza)

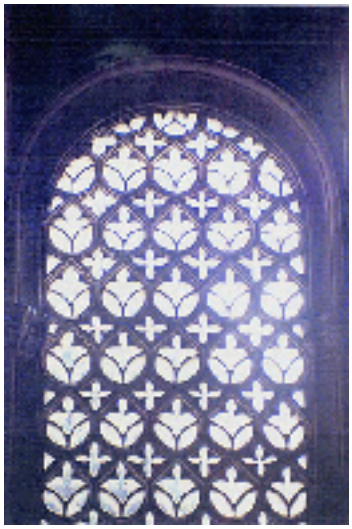
Una baldosa muy sencilla introducida tardíamente en el mudéjar aragonés (s. XVI), un cuadrado dividido por una diagonal en dos zonas de dos colores, produce de forma muy natural, por simple apilamiento, el grupo CM, caracterizado por dos bloques de ejes, paralelos entre sí, de simetría y de deslizamiento. Los primeros pasan por el centro de las baldosas perpendicularmente a las diagonales que separan los colores; entre ellos (punteados en la fig. 9) se intercalan los de deslizamiento.

Fig. 9

La sencillez de esta baldosa no es ingenua. Su eje de simetría y su carácter abstracto son las causas de su capacidad para producir estructuras geométricas muy variadas. Como muestra de esta capacidad incluimos las siete cenefas, desarrolladas a partir de ella, tal como pueden verse en las torres de Villamayor y La Almunia de Doña Godina.



12. PM



Fot. 13. Claustro de la catedral de Tarazona.

En este caso, la alternancia de filas paralelas con dos motivos distintos, cada uno de ellos con una sola dirección de simetría, elimina los deslizamientos.

LA ORIGINAL Y POCO HABITUAL ESTÉTICA DEL DESLIZAMIENTO

Los grupos construidos exclusivamente a partir de deslizamientos no son fáciles de observar. En CMM, P4M, P4G, P6M y CM (de los vistos hasta ahora) aparece también esta isometría, pero en los cuatro primeros resulta de componer otras. Es decir: no forma parte necesariamente del sistema generador del grupo. En CM sí, y su presencia es determinante en la percepción visual de la decoración. En los otros la vista suele detectar con preferencia las simetrías (aunque a veces hay sorpresas...).

De PG, un grupo escaso, ya hemos hablado porque lo hemos incluido entre los que resultan como consecuencia de la lacería. A partir de ella es posible construir PGG pero ahora son necesarias no una, sino dos direcciones perpendiculares de deslizamiento y sin reflexiones paralelas que les acompañen (ésta es la diferencia con CMM), y no es una opción de diseño muy espontánea. A pesar de ello, igual que ocurre con PG, es habitual esta estructura en Aragón gracias a la presencia como panel decorativo de una composición muy característica con ladrillos (fig. 10).

13. PGG

Fot. 14. Torre del Monasterio de Rueda (Zaragoza)

En La Alhambra se encuentra gracias a una disposición muy común en suelos de ladrillo (en nuestros días, de parquet). En las torres y muros del mudéjar en Aragón es fácil encontrar dos bandas de ese embaldosado, formando un zig-zag horizontal. Los centros de giro de orden dos están en los centros de los ladrillos.

fig. 10

Aunque la presencia de dos hileras basta para poder hablar de un paño, puesto que aparecen ya traslaciones no horizontales, parece evidente la intencionalidad del artesano de sugerir una lectura exclusivamente lineal. El módulo fundamental de la cenefa estaría formado por los dos fragmentos de dos ladrillos comprendidos entre dos de los ejes verticales de deslizamiento. Por supuesto, ya no son válidos los centros de giro. Estaríamos, por tanto, ante unaL_5.

El mismo modelo de PGG tiene un desarrollo mucho más original e inquietante -el zig-zag es ahora vertical- en la base de la torre de San Pablo, en Zaragoza (fig. 11).

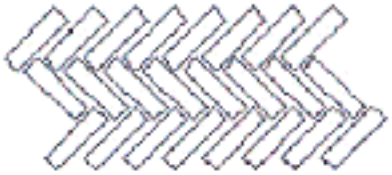


fig. 11

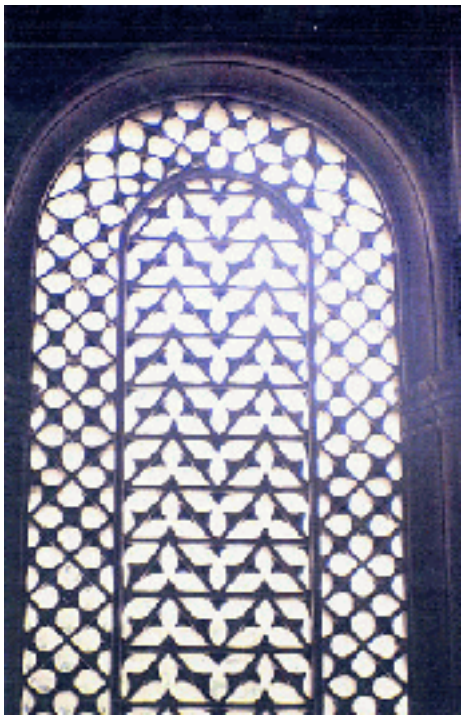
Resulta didáctica la comparación de las dos figuras anteriores consideradas como cenefas. En el segundo caso estamos ante unaL_2: la isometría generadora del friso en su avance horizontal no es ahora un deslizamiento sino el giro de 180º.

La decoración de la fotografía 14 incluye seis hileras de zig-zag. El muro lateral derecho de la torre permite observar que dos de ellas están resaltadas alternativamente. La continuación del grupo con esta condición no cambia su caracterización como PGG.

La última banda decorada en la fotografía muestra una cenefaL_7 obtenida por dos hileras desplazadas de tres esquinillas.

La iglesia de San Miguel de los Navarros ofrece en la yesería que cubre uno de los ventanales de su ábside un atractivo PGG cuyos direcciones perpendiculares de deslizamiento son consecuencia de la lacería. Hemos seleccionado el modelo en ladrillo de Rueda por ser mucho más habitual.

14. PMG



Fot. 15. Claustro de la catedral de Tarazona.

PMG tiene direcciones de simetría y de deslizamiento. Al ser perpendiculares producen centros de giro de segundo orden y el resultado es menos estático que en CM, donde eran paralelas. Al igual que P4G, este grupo ofrece un efecto estético intermedio. En este caso entre PMM y PGG.

En la yesería central de la foto 15, PMG está obtenido por apilamiento de cenefas L_7, formadas por triángulos invertidos alternativamente. La celosía resalta un tipo de ejes de deslizamiento. Paralelos a ellos se adivinan los restantes, los ejes centrales de las cenefas L_7.

LAS TRES DELICADEZAS DE LA TRAMA TRIANGULAR

Ya hemos comentado el menor apego de la cultura occidental a la trama triangular, salvo el caso de P6M por la sencillez de su diseño. Tanto este grupo como P6 se observan con facilidad en el mudéjar aragonés en decoraciones de puertas y en las yeserías del s. XIV. Los otros tres grupos exclusivos de esta trama son realmente escasos. Solo hemos encontrado uno de cada tipo, situación análoga para dos de ellos en la Alhambra. Para obtener variantes hay que explorar las posibilidades que ofrece la trama, y aquí es sin duda donde se hace operativo el condicionante cultural. Por otra parte los materiales imponen sus condiciones: ¿cómo construir un P3 superponiendo líneas de yeso para formar una celosía? Para obtenerlo es más cómodo el azulejo y ha sido finalmente siguiendo esta pista como lo hemos encontrado.

15. P3M1

Fot. 16. La Seo de Zaragoza.

El mismo modelo que en La Alhambra. Nos referimos al "ajedrezado" de triángulos equiláteros que aparece rellenando los huecos entre el ladrillo en la parte superior de la fotografía. El contraste entre la escasez de esta decoración y la naturalidad de su diseño sólo es comprensible desde la falta de tradición decorativa en trama triangular[15].

[15] Si se restaurara el facistol y se colocara en un lugar convenientemente iluminado, se podría disfrutar del amplio muestrario de variantes que ofrece en su decoración.

16. P31M

Fot. 17. Facistol de la iglesia de La Magdalena, en Tarazona[16].

Un producto geométricamente muy sofisticado, creación del taller de taracea de Torrellas, activo durante el siglo XVI. Las tres direcciones de ejes de simetría se cortan, por supuesto, en centros de giro de orden 3, pero a diferencia de P3M1 hay también centros de giro por los que no pasan ejes de simetría.

17. P3

Fot. 18. Muro de la Parroquieta de la Seo de Zaragoza.

16 Carlos USÓN y Angel RAMÍREZ: *Una reconstrucción geométrica del muro de la Seo*. Comunicación presentada en el IX Simposio Internacional de Mudejarismo. (Teruel. Septiembre de 2002)

Un paño complejo, resultado de la combinación de un P6 en ladrillo resaltado y un P3M1 o un P31M en azulejos.

En realidad, lo que se puede contemplar actualmente en la parte izquierda del muro de la Seo no presenta estructura de P3. De hecho no tiene ninguna. Geométricamente es un caos que puede resultar incluso molesto de contemplar si se profundiza en los detalles (es decir, si se intenta leer el orden global del conjunto de ladrillo resaltado y cerámica incrustada en sus huecos). Puesto que no es razonable pensar en la ausencia de orden como propuesta decorativa del arte hispano-musulmán, hemos analizado[17] las posibilidades que se presentaban a partir de los condicionantes que la estructura de ladrillo resaltado había introducido previamente, de la información aportada por Mª Isabel Alvaro Zamora (1984) y del respeto a algunas características de las ornamentaciones islámicas: su tendencia a la infinitud, la búsqueda de uniformidad y el deseo de regularidad que evite identificar un fragmento del paño como núcleo central. Es cierto que estos últimos podrían haber sido conscientemente desatendidos por los azulejeros sevillanos, pero eso habría conducido a una estructura de P1, para la que no se encuentra ninguna pista en el muro y que además, cuando surge por este procedimiento de superponer dos decoraciones siempre es así por la introducción de diseños florales o vegetales, nunca geométricos. En Tarazona puede verse algún ejemplo con motivos abstractos (fot. 6) pero ya hemos comentado la insulsa idiosincrasia de la celosía en cuestión, algo que no parece cuadrar para una fecha tan anterior como la de realización del muro de la Seo.

Así pues, dado que la situación actual del muro no parece razonable y todas las opciones teóricas estudiadas nos llevan al P3, afirmamos la presencia de los diecisiete grupos en el mudéjar aragonés.

SORPRENDENTEMENTE ESTABAN LOS 17 GRUPOS. ALGUNAS CONCLUSIONES

Habíamos leído tantas veces la afirmación de que el mudéjar repite tradiciones, cada vez más empobrecidas con el paso del tiempo, que rara vez es original y creativo, que suponíamos también la existencia de un tope temático desde un punto de vista geométrico. En realidad la experiencia nos ha echado por tierra ésta y otras hipótesis previas. A este respecto resaltamos brevemente algunas primeras conclusiones.

- Hay estructuras que serán siempre habituales (aunque no se pretenda) dada la facilidad con que pueden ser obtenidas en un proceso de diseño puramente experimental no guiado por la teoría.

[17] En el tablero de ajedrez -P4M- están resaltadas por los colores alternados de las casillas ... si se coloca el tablero apoyado sobre un lado. Si se coloca " en posición de rombo" quedan muy escondidas.

El caso más claro es el grupo CMM. Pensando en abstracto, es una opción muy asequible para escapar de la rigidez de P4M cuyos movimientos quedan paralizados por la abundancia de simetrías. CMM mantiene dos pero gana movilidad al hacerse más claras las direcciones de deslizamiento[18]. PMM no las tiene y resulta también muy estático. P4G puede ofrecer mucha más sensación de movimiento que CMM, pero incluso técnicamente es un grupo muy sofisticado.

- Las celosías del claustro de Tarazona recogen 11 grupos. Faltan los cinco "triangulares" y PG. En la Mezquita de Córdoba[19] se encontraron 12: está P6 pero falta PG. Además de avalar estos datos nuestras afirmaciones anteriores, resaltan la rareza de PG, un grupo habitual sin embargo en La Alhambra y en Aragón, con un diseño muy similar en los dos casos. Son indicativos también de la importancia que podemos conceder al claustro de Tarazona como el más alto exponente de variedad temática estructural en el mudéjar aragonés[20]. Por otra parte Tarazona aporta además el P31M comentado, lo que eleva a 12 el número de grupos presentes en el mudéjar de la ciudad.

- La tradición y la incidencia de los materiales con los que se elabora la decoración son en última instancia los factores determinantes de la presencia o no de una determinada estructura teórica. Desde este punto de vista la exhaustividad en cuanto al número de grupos que pueden encontrarse tiene una componente azarosa. Estamos hablando de épocas históricas en las que la búsqueda teórica consciente no podía guiar el trabajo de los artesanos.

- Si, como hemos comentado, el paso del tiempo es un factor que relativiza las afirmaciones sobre el pasado, otro tanto cabe decir sobre las restauraciones. ¿Se respetan, por ejemplo, las superposiciones en los cruces que caracterizan a la lacería? Las dudas que se observan en algunos casos, como en la torre de Romanos o en los muros de la iglesia de Herrera de los Navarros, ¿son consecuencia de la tosquedad del artesano decorador o del desinterés de alguno de los sucesivos restauradores? Los dibujos de los edificios, ya sean antiguos o actuales, tampoco se muestran siempre cuidadosos con estos detalles: al evitar las superposiciones en los cruces modifican substancialmente la estructura de los paños y cenefas reproducidos.

Pero la falta inconsciente de cuidado puede ser más grave. Quizás el caso más paradigmático

---

18 Véase el número monográfico de la revista *Épsilon* recogido en la bibliografía.

19 En el VIII Simposio de Teruel (IX - 1999) ya citado presentamos una comunicación dedicada exclusivamente al claustro de la catedral de Tarazona.

20 Una idea con antecedentes en el arte islámico. Agustín SANMIGUEL (1998) da testimonio de su presencia en la torre de Ateca, de la que fue eliminada por una restauración.

sea el ya citado muro de la Parroquieta de la Seo de Zaragoza. En Álvaro Zamora (1984) se recoge un dibujo de M. González Martí que lo desvirtúa totalmente. Da la impresión de que el autor, incapaz de comprender la decoración, tanto desde el punto de vista técnico como ideológico, la occidentaliza. Así, dispone simétricamente, respecto del eje que las separa, las dos bandas de zigzags en ladrillo resaltado de la parte superior del muro; pero en realidad, como puede verse en la fot. 16, no avanzan de esta manera sino que definen una inclinación global del conjunto (se puede interpretar como una hilera de rectángulos inclinados) muy acorde con el armonioso dinamismo de la geometría mudéjar. Y en cuanto al paño al que hemos asignado la estructura P3 (fot. 18), incapaz esta vez de interpretar el caos legado por el tiempo de forma coherente con las características del arte mudéjar, lo priva de su capacidad de giro, encorsetándolo en simetrías verticales -una idea muy occidental- con una colocación arbitraria del color de los azulejos.

BIBLIOGRAFÍA

Damos por hecho que la bibliografía sobre el mudéjar aragonés es suficientemente conocida por los lectores y lectoras de Sharq al-Andalus. Hemos preferido por tanto incluir obras que puedan ayudar a comprender desde el punto de vista matemático los grupos de simetría. Por supuesto, recogemos la que ha sido citada en el artículo.

- ALSINA, Claudi; PÉREZ, Rafael; RUIZ, Ceferino: *Simetría dinámica*. Síntesis. Madrid, 1989.
- ÁLVARO ZAMORA, Mª Isabel: *Lo aragonés y lo sevillano en la ornamentación mudéjar de la Parroquieta de la Seo de Zaragoza*. En *Artigrama*, n.º1, 1984.
- BESTEIRO RÁFALES, Josefina: *Aplicaciones de los grupos de simetría al estudio de ornamentaciones mudéjares aragonesas*. Actas del II Simposio Internacional de mudejarismo. Instituto de estudios Turolenses. Teruel, 1982.
- BESTEIRO RÁFALES, Josefina: *Representaciones simétricas en las lacerías mudéjares de Aragón*. Actas del III Simposio Internacional de Mudejarismo. Instituto de Estudios Turolenses. Teruel, 1986.
- COXETER, A. S. M.: *Fundamentos de geometría*. Limusa-Wiley. México, 1971
- GALIAY SARAÑA, José: *El lazo en el estilo mudéjar (su trazado simplicista)*. Institución Fernando el Católico. Zaragoza, 1995. (reedición facsímil de la de 1944)
- LOMBA FUENTES, Joaquín: *Aproximación a una estética musulmana*. Incluido en *La Filosofía y sus márgenes: Homenaje al profesor Carlos Baliña Fernández*. Universidad de Santiago de Compostela. 1997.

- MALTSEV, A. I.: *Grupos y otros sistemas algebraicos*. Incluido en Aleksandrov, KOLMOGOROV y otros: *La matemática: su contenido, métodos y significado (tomo 3)*. 2.ª edición en Alianza Universidad. Madrid, 1976.
- JAIME PASTOR, Adela y GUTIÉRREZ RODRÍGUEZ, Ángel: *El grupo de las isometrías del plano*. Síntesis. Madrid, 1996.
- Ángel Ramírez y Carlos Usón: *La repetición como argumento; la infinitud como objetivo. Los 17 grupos de simetría en el arte mudéjar aragonés*. Uned Aragón y Centro de Estudios Mudéjares (Instituto de Estudios Turolenses). 2002.
- Ángel RAMÍREZ y Carlos USÓN: *La repetición como argumento, la infinitud como objetivo. I) Decoraciones con cenefas en el mudéjar aragonés. II) Grupos de simetría en el mudéjar aragonés*. En *Actas del VIII Simposio Internacional de mudejarismo*. Teruel, 2002.
- Revista *Epsilon: La Alhambra*. Número monográfico. 2.ª edición. S.A.E. M. Thales. Granada. 1995.
- ROANES MACÍAS, Eugenio y ROANES LOZANO, Eugenio: *Simulación didáctica de los grupos de simetría en el arte hispano - musulmán*. universidad Complutense. Madrid, 1993.
- ROANES MACÍAS E. y ROANES LOZANO E.: *Simetría en mosaicos romanos*. Incluido en el Boletín n.º 37 de la Sociedad Puig Adam de Profesores de Matemáticas. Madrid. Abril de 1994.
- STEWART, Ian: *Conceptos de matemática moderna (capítulo 7)*. 2.ª edición en Alianza Universidad. Madrid, 1984.
- COSTA GONZÁLEZ, A. F.: *Arabescos y Geometría*. Vídeo y guía didáctica. UNED, 1995.
- WEYL, Hermann: *La simetría*. Promoción Cultural. Barcelona, 1975.

RESUMEN

El presente artículo fue escrito en enero del 2000 con la intención de dar noticia de la presencia de los 17 grupos de simetría planos en las decoraciones geométricas del mudéjar aragonés, pero por diversas circunstancias no pudo ser publicado en el número 14 de *Sharq al-Andalus*, tal y como habíamos previsto. Desde entonces hemos avanzado en nuestro trabajo y, en particular, en la divulgación de las características técnicas de cada uno de los 17 grupos de simetría (véase Ramírez y Usón (2002)). Pero este último aspecto, a pesar de su importancia, escapa a las características de *Sharq al-Andalus*. Hemos decidido por tanto mantener básicamente el texto inicial, con algunas modificaciones obligadas, a pesar de la dificultad de algunos apartados para quienes no dispongan de los necesarios conocimientos previos de geometría.

Explicamos en él, brevemente, qué es un grupo de simetría, aportamos un ejemplo de cada uno de ellos en Aragón, comentamos algunas cuestiones surgidas durante su búsqueda y extraemos unas primeras conclusiones de todo ello.

ABSTRACT

This article was originally written in 2000 to present the 17 plane groups of symmetry found in the geometric decoration of the Mudejar in Aragón. Unfortunately, at the time it could not included in the 14th number of *Sharq al-Andalus*. Since then, we have upgraded our work and in particular, the divulgation of the technical characteristics of each one of the 17 symmetry groups (cf. Ramírez & Usón, 2002). This last feature, however, does not make part of the characteristics of *Sharq al-Andalus*. Therefore, we have decided to keep the text in its original version, with some necessary modifications, in spite of the difficulty some parts of it might present for those not well acquainted with geometry. We briefly explain in it what a symmetry group is, providing examples of each one of them in Aragón and commenting on some questions arising in their search. Finally, we pose our first conclusions on the matter.